Matrizes - Noções iniciais

Situação 1 - Em uma editora, as vendas de livros de Matemática, Física e Química, no 1º trimestre de um ano, podem ser expressas pela tabela a seguir:

	Jan.	Fev.	Março
Matemática	20.000	35.000	45.000
Física	15.000	18.000	25.000
Química	16.000	17.000	23.000

Pergunta-se:

a) Qual a matéria que menos vendeu livros?
b) Em que me foram vendidos mais livros?

Situação 2 – Abaixo, temos a tabela que fornece as notas de 3 alunos em Matemática, Física, Química e Biologia, no 1º bimestre de 2009:

	Matemática	Física	Química	Biologia
Ana	6	4	5	8
Antônio	5	7	5	5
Beatriz	5	9	3	4

Perguntas:

a) O que significa o número 7?
b) Na média, qual o aluno com melhor desempenho?

Matematicamente, tais tabelas são representadas assim:

$A = \begin{pmatrix} 20.000 & 35.000 & 45.000 \\ 15.000 & 18.000 & 25.000 \\ 16.000 & 17.000 & 23.000 \end{pmatrix}$, uma matriz do tipo 3 x 3 (3 por 3), com 3 linhas e 3 colunas;

$B = \begin{pmatrix} 6 & 4 & 5 & 8 \\ 5 & 7 & 5 & 5 \\ 5 & 9 & 3 & 4 \end{pmatrix}$, uma matriz do tipo 3 x 4 (3 por 3), com 3 linhas e 4 colunas;

Conjuntos como esses, em que os números estão dispostos em linhas e colunas, são chamados de MATRIZES.

Os números que aparecem numa matriz são chamados de ELEMENTOS ou TERMOS.

De modo geral, representamos os elementos de uma matriz por uma letra minúscula acompanhada de um duplo índice. Por exemplo:

$$a_{ij}$$

O primeiro número do índice (**i**) representa a linha e o segundo número (**j**)representa a coluna em que se encontra o elemento.

Exercícios de aplicação

1] Escrever a matriz genérica, do tipo 3 x 2 (com 3 linhas e 2 colunas).

2] Escreva a matriz A, do tipo 3 x 3, em que o elemento a_{ij} obedece à seguinte condição:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, se\ i = j \\ 0,\ se\ i \neq j \end{cases}$$

3] Calcule os elementos da matriz A, com 2 linhas e 4 colunas, definida pela seguinte regra: $a_{ij} = 3.i - j$.

Matriz Linha: é a matriz que só possui 1 linha

Matriz Coluna: é a matriz que só possui 1 coluna

Matriz Nula: é a matriz tem todos os seus elementos iguais a zero

Matriz Quadrada: é a matriz que tem igual número de linhas e colunas. Ou seja, é uma matriz n por n ; n é a ordem da matriz

Matriz identidade: é uma matriz quadrada que satisfaz a condição: $a_{ij} = \begin{cases} 1,\ se\ i = j \\ 0,\ se\ i \neq j \end{cases}$

Exemplos:

$I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ Identidade de ordem 2;

$I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ identidade de ordem 3 ;

$I_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ Identidade de ordem 4, etc.

Operações com matrizes

Adição
Para somar matrizes, basta somar os elementos correspondentes nas matrizes dadas (ou seja, os elementos que estão na mesma posição).
Importante: A adição de matrizes só é possível se elas forem do mesmo tipo (mesmo número de linhas e de colunas)

Se A e B não matrizes m x n (do mesmo tipo), definimos a matriz

C = A+B como a matriz soma de A com B.

Exemplo 1)

$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 7 \end{pmatrix}\ e\ B = \begin{pmatrix} -3 & 7 \\ 8 & 9 \end{pmatrix}$, então $A + B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 & 7 \\ 8 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 10 \\ 12 & 16 \end{pmatrix}$. Fácil, não?!!

Matriz Oposta

Chama-se **matriz oposta** de uma matriz A à matriz que, somada com A, dá como resultado uma matriz nula. Indica-se a matriz oposta de A por –A.

Exemplo 2):

$Se\ A=\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}$, então $-A=\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -5 & -8 \end{pmatrix}$.

Observe que $A+(-A)=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}=O(matriz\, nula)$

Diferença de Matrizes

Dadas 2 matrizes A e B, do mesmo tipo m x n, chama-se diferença entre A e B, a soma da matriz A com a matriz oposta de B, ou seja:

A – B = A + (- B)

Exemplo 3)

$Se\ A=\begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 9 & -8 \end{pmatrix}\ e\ B=\begin{pmatrix} -4 & 5 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$, então $A-B=\begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 9 & -8 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} -4 & 5 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 9 & -8 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 4 & -5 \\ -5 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 7 & -2 \\ 4 & -7 \end{pmatrix}$

Na prática, podemos fazer o cálculo de **A – B** DIRETAMENTE.

Multiplicação de um número real por uma matriz

Dada a matriz A, do tipo m x n, e um número real k, chama-se produto de k por A, indicado por **k.A**, à matriz que se obtém multiplicando todo elemento de A por k.

Exemplo 4) Calcule o produto do número 2 pela matriz. $A=\begin{pmatrix} 6 & 9 & 1 \\ 3 & 4 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$

Exercício 1)
Dadas as matrizes A e B, 2 por 2, do exemplo 3, encontre a matriz X tal que **X**+A = B.
(Este tipo de equação chama-se EQUAÇÃO MATRICIAL)

Exercício 2) $Se\ A=\begin{pmatrix} 6 & 9 & 1 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}\ e\ B=\begin{pmatrix} -3 & 4 & 6 \\ 5 & 0 & 8 \end{pmatrix}$, calcule

a) 3.A + 2.B　　　　　　b) 5.B – 4.A