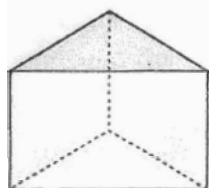


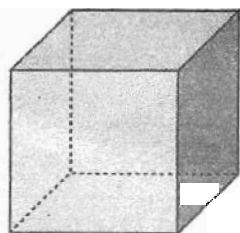
2. Poliedro

Denomina-se **poliedro** o sólido limitado por polígonos planos que têm, dois a dois, um lado comum. Podemos citar como exemplos:



9 arestas e 6 vértices

prisma triangular



12 arestas e 8 vértices

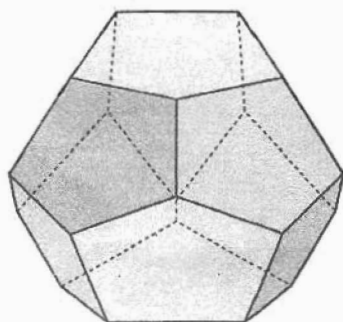
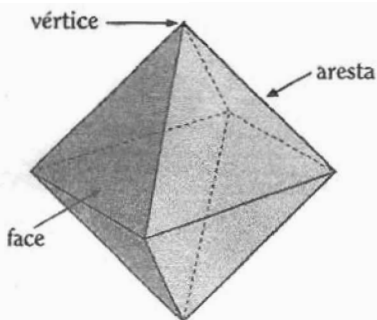
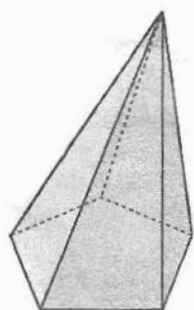
cubo

Os polígonos são denominados **faces** do poliedro.

Os lados e os vértices dos polígonos denominam-se, respectivamente, **arestas** e **vértices** do poliedro.

Um poliedro se diz **convexo** se, em relação a qualquer de suas faces, ele está todo situado num mesmo semi-espaco determinado por esta face.

Os sólidos das figuras seguintes são, pois, poliedros convexos:



Os poliedros convexos possuem nomes especiais, de acordo com o número de faces:

tetraedro	⇒	poliedro convexo com quatro faces
pentaedro	⇒	poliedro convexo com cinco faces
hexaedro	⇒	poliedro convexo com seis faces
heptaedro	⇒	poliedro convexo com sete faces
octaedro	⇒	poliedro convexo com oito faces
icosaedro	⇒	poliedro convexo com vinte faces

3. Poliedros regulares

Na Geometria Plana, dizemos que um polígono é regular quando todos os seus lados são congruentes e todos os seus ângulos são congruentes.

Daí, então, um poliedro convexo se diz regular se suas faces são regiões poligonais regulares, todas com o mesmo número de lados, e se em todo vértice do poliedro converge o mesmo número de arestas.

Nestas condições, há somente cinco poliedros regulares, que são:

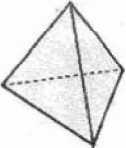
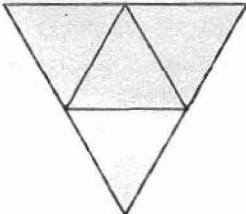
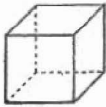
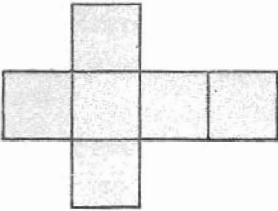
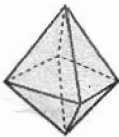
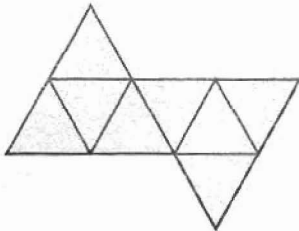
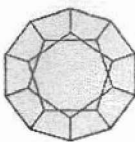
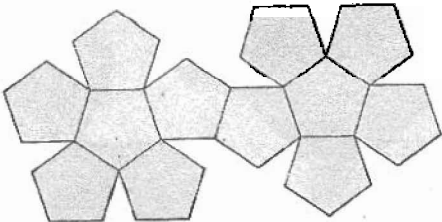
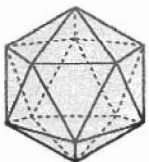
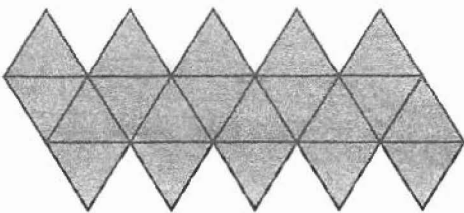
		<p>Tetraedro regular 4 faces triangulares 4 vértices 6 arestas</p>
		<p>Hexaedro regular 6 faces quadrangulares 8 vértices 12 arestas</p>
		<p>Octaedro regular 8 faces triangulares 6 vértices 12 arestas</p>
		<p>Dodecaedro regular 12 faces pentagonais 20 vértices 30 arestas</p>
		<p>Icosaedro regular 20 faces triangulares 12 vértices 30 arestas</p>

Fig. 1, 2, 3, 4, 5

Consideremos um poliedro convexo no qual designamos:

V = número de vértices; A = número de arestas; F = número de faces.

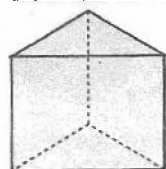


fig. 1

V = 6; A = 9; F = 5

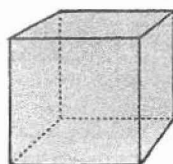


fig. 2

V = 8; A = 12; F = 6

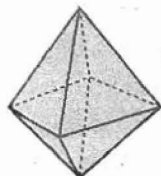


fig. 3

V = 6; A = 12; F = 8

Em todos esses poliedros convexos, podemos notar que:

$$A + 2 = V + F \quad \begin{cases} 9 + 2 = 6 + 5 \text{ (fig. 1)} \\ 12 + 2 = 8 + 6 \text{ (fig. 2)} \\ 12 + 2 = 6 + 8 \text{ (fig. 3)} \end{cases}$$

Então:

Em todo poliedro convexo, o número de arestas mais 2 é igual ao número de vértices mais o número de faces.

$$A + 2 = V + F \text{ (relação de Euler)}$$

1º exemplo: Num poliedro convexo, o número de faces é 8 e o número de vértices é 12. Calcular o número de arestas.

Resolução: $A + 2 = V + F \Rightarrow A + 2 = 12 + 8 \Rightarrow A + 2 = 20 \Rightarrow A = 18$

Resposta: O poliedro tem 18 arestas.

2º exemplo: Determinar o número de arestas e de vértices de um poliedro convexo com seis faces quadrangulares e quatro faces triangulares.

Resolução: \square 6 faces quadrangulares $\Rightarrow 6 \cdot 4 = 24$ arestas

\triangle 4 faces triangulares $\Rightarrow 4 \cdot 3 = 12$ arestas

Número total de arestas = 36

Como cada aresta foi contada duas vezes, temos:

$$2A = 36 \Rightarrow A = 18$$

Aplicando a relação de Euler, temos:

$$A + 2 = V + F \Rightarrow 18 + 2 = V + 10 \Rightarrow 20 = V + 10 \Rightarrow V = 10$$

Resposta: O poliedro tem 10 faces, 18 arestas e 10 vértices.

Exercícios propostos

1) Num poliedro convexo, o número de arestas é 16 e o número de faces é 9. Determine o número de vértices.

2) Um poliedro convexo tem 6 faces e 8 vértices. Calcule o número de arestas do poliedro.

3) (Fcap-SP) Num poliedro convexo, o número de arestas excede o número de vértices em 6 unidades. Calcule o número de faces.

4) Um poliedro convexo tem cinco faces quadrangulares e duas faces pentagonais. Determine o número de arestas e o número de vértices. $A = 13; V = 10$

5) Quantos vértices tem o poliedro convexo, sabendo-se que ele apresenta uma face hexagonal e seis faces triangulares?

6) (Fatec-SP) Um poliedro convexo tem 3 faces com 4 lados, 2 faces com 3 lados e 4 faces com 5 lados. Calcule o número de vértices desse poliedro.

7) Determine o número de vértices de um poliedro que tem três faces triangulares, uma face quadrangular, uma pentagonal e duas hexagonais.